CORRECTION EXERCICE I : DES LOIS DE KEPLER À L'ÉTUDE D'UN ASTÉROÏDE…

1. Planètes en orbite elliptique.

1ère loi de Kepler : orbites elliptiques , le centre attracteur occupe un des deux foyers. Sur la figure la position du Soleil est confondue avec le foyer F1	0,5 +0,5 +0,5
D'après la 2ième loi de Kepler, les aires balayées pendant des durées égales sont égales, donc A1 = A2	0,5 0,5 rep : 0,5
La même durée s'écoule entre $M_1 \rightarrow M_1'$ et $M_2 \rightarrow M_2'$ donc le déplacement de la planète est visiblement plus rapide de M_2 à M_2' puisque la distance parcourue est beaucoup plus grande	Justif : 0,5 rep : 0,5
$F_1 = G\dfrac{M_s \times m}{(SM_1')^2}$ et $F_2 = G\dfrac{M_s \times m}{(SM_2')^2}$ *même Soleil, même planète mais la distance change*	0,5 + 0,5
Voir schéma : vecteur :point d'application la planète, direction planète-Soleil, sens vers le Soleil *normalement, le vecteur partant de M_2' doit être plus grand*	0,5 + 0,5
Puisque $F_1M'_2$ est la moitié de la distance $F_1M'_1$, le carré de la distance au dénominateur fait que la force exercée sur la planète en M_2' est 4 fois plus grande que celle exercée en M_1'	Justif 1 rep : 1

2. Planètes en orbite circulaire.

Mouvement soumis à une accélération donc on applique la 2ième loi de Newton, dans un référentiel galiléen, la résultante vectorielle des forces extérieures appliqué à un corps est égale au produit de la masse de ce corps et du vecteur accélération du centre d'inertie de ce corps. Une seule force $\vec{F} = m \times \vec{a}_3$ l'accélération est colinéaire à la force et de même sens donc $F = m \times a_3$ $G\dfrac{M_s \times m}{r^2} = m \times a_3$ d'où $G\dfrac{M_s}{r^2} = a_3$ en simplifiant par m. Dans l'approximation circulaire uniforme, l'accélération est portée par le rayon du cercle et dirigée vers son centre.	Loi : 0,5 égalité : 0,5 calc 0,5 rep 1
Le document fourni montre une droite modélisant le lien entre r^3 et T^2. Donc on peut écrire : $T^2 = k \times r^3$ d'où $k = \dfrac{T^2}{r^3}$. On détermine la valeur de k avec le point de coordonnées $4{,}0.10^{35}$m et $1{,}2.10^{17}$s par exemple. $k = \dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{1{,}2 \cdot 10^{17}}{4{,}0 \cdot 10^{35}} = 3{,}0 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{s^2 \cdot m^{-3}}$ Ce qui correspond effectivement à la 3$^{\text{ième}}$ loi de Kepler.	Oui car prop 0,5 justif 0,5 calc 0,5

3. La troisième loi de Kepler comme balance cosmique…

T : période la révolution d'un des 2 satellites (Remus ou Romulus) autour de Rhea Sylvia en s r : distance entre le satellite et Rhéa Sylvia en m G : constante universelle de la gravitation M : masse du centre attracteur (Rhéa Sylvia) en kg Attention : on change de référentiel et de centre attracteur. $G = \dfrac{4\pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot M}$ G a donc pour unité $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$	4 x 0,25 expr : 0,5 rep : 0,5
On isole M, la masse du centre attracteur. Les données sont complètes pour le satellite Romulus uniquement. $M = \dfrac{4\pi^2 \cdot r^3}{T^2 \cdot G} = \dfrac{4\pi^2 \cdot (1360 \cdot 10^3)^3}{(87{,}6 \cdot 3600)^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}} = 1{,}4970 \cdot 10^{19}\ \mathrm{kg} = 1{,}50 \cdot 10^{19}\ \mathrm{kg}$ qui est la masse de Rhéa Sylvia	Valeurs romulus : 0,5 calc 0,5 res 0,5 CS, unit 0,5

EXERCICE II : RECORD DE SAUT EN LONGUEUR EN MOTO…

Par définition, $\vec{a}=\frac{d\,\vec{v}}{dt}$. Puisque le mouvement est rectiligne, on peut écrire $a=\frac{dv}{dt}$. L'accélération est donc le coefficient directeur des tangentes à la courbe v en fonction de t. La courbe étant une droite, le coefficient directeur est constant.	Justif 1
En prenant deux points de référence : $0 m.s^{-1}$ à 0s et $40 m.s^{-1}$ à 8,0s, on calcule $a=\frac{40-0}{8{,}0-0}=5{,}0\,\mathrm{m.s}^{-2}$	Calc 0,5 rep 1
A partir de a = $5{,}0\ m.s^{-1}$, on peut écrire $v = at + v_0 = 5{,}0\ t$ Puis $x(t) = ½\ 5{,}0\ t^2 = 2{,}5\ t^2$ Conversion en $m.s^{-1}$: 160 / 3,6 = 44 $m.s^{-1}$ valeur de vitesse atteinte pour t = 44 / 5,0 = 8,8 s A cet instant la distance parcourue est : $x(8{,}8s) = 2{,}5 \times (8{,}8)^2 = 193{,}6\ m = 1{,}9.10^2 m$	V : 0,5 x : 0,5 rep 1

2. La montée du tremplin.

Par définition, Em = Ec + Epp = $E_m=E_c+E_{pp}=\frac{1}{2}m\,v^2+m\,g\,z$ puisque Epp = 0 pour $z_B = 0$	Def 0,5 expr 1
$E_{pp}=m\,g\,BC\sin(\alpha)=180\times 9{,}81\times 7{,}86\times \sin(27°)=6301\,\mathrm{N}=6{,}30.10^3\,\mathrm{N}$	Cal 0,5 rep 0,5 +0,5
Le motard maintient sa vitesse sur la pente BC, donc son énergie cinétique est constante. Son altitude augmente donc son énergie potentielle augmente. En résumé, l'énergie mécanique du système {motard + moto} augmente.	Justif 1 rep 0,5

3. Le saut.

Deux équations horaires re-démontrées	0,5 + 0,5
De la première des équations précédentes, on tire $t=\frac{x(t)}{v_0\cdot\cos\alpha}$ que l'on injecte dans la deuxième : $z=\frac{1}{2}g\left(\frac{x(t)}{v_0\cdot\cos\alpha}\right)^2+(v_0\cdot\sin\alpha)\frac{x(t)}{v_0\cdot\cos\alpha}+h$ ce qui nous donne l'équation de la trajectoire : $z(x)=\frac{-g}{2\,v_0^2\cdot\cos^2\alpha}x(t)^2+\tan\alpha\cdot x(t)+h$	Démons : 1
Le point D est à la même altitude que le point C : soit h. Il faut déterminer la valeur de x pour laquelle la fonction z(x) reprend la valeur h. Soit résoudre l'équation : $h=\frac{-g}{2\,v_0^2\cdot\cos^2\alpha}x(t)^2+\tan\alpha\cdot x(t)+h$	Condit 0,5 calc 1

en simplifiant par h, et en factorisant, il reste : $$x(t)\cdot[\frac{-g}{2\,v_0^2\cdot\cos^2\alpha}\,x(t)+\tan\alpha]=0$$ soit x=0m (moto en C) ou $$x(t)=\frac{2\,v_0^2\cdot\cos^2\alpha\cdot\tan\alpha}{g}=\frac{2\,v_0^2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{g}$$ $$x(t)=\frac{2\cdot 44{,}4^2\cdot\cos 27\,°\cdot\sin 27\,°}{9{,}81}=162{,}57\text{ m}=163\text{ m}$$	rep 0,5
Cette valeur est plus grande que le saut réalisé en réalité par le motard (107 m). Il faut tenir compte de frottements éventuels, sa vitesse est assez élevée tout de même. On peut aussi penser à la prise en compte d'une marge de sécurité au cas où le saut serait un peut court.	Rep justif 1